

Repercusiones del Fin del Sistema Binominal en el Poder de Votación de las Regiones dentro del Poder Legislativo Chileno*

Fabián Riquelme**

Universidad de Santiago, Chile

Pablo Gonzalez-Cantergiani

Universidad de Santiago, Chile

Riquelme, F. and P. Gonzalez-Cantergiani (2017), "Impact of the End of the Binomial System on the Voting Power of Regions within the Chilean Legislative Power"

ABSTRACT

In Chile, since the restitution of democracy (1989), the distribution of parliamentary seats is governed by a binomial system, the only one of its kind in the world. In this electoral system, two senators and two deputies are elected for each senatorial constituency and electoral district. By the end of 2017, this system will be replaced by the well-known D'Hondt method, which entails a significant increase in the number of parliamentarians and the redistribution of seats in the legislative chambers. In this study, we discuss the problem of centralism and analyze how this redistribution of seats will affect the voting power of the different regions of the country. To measure the hypothetical voting power of each region we use classical power indices of cooperative game theory. The study shows that although the voting power of the regions in the Senate will remain relatively unchanged, the centralization of power in the Metropolitan Region will be increased in the Chamber of Deputies. Finally, we propose a method to obtain a feasible redistributions of seats, which would effectively increase the voting power of the other regions in the Chamber of Deputies.

Key Words: voting power, legislative power, National Congress of Chile, binomial system, centralization

* Este trabajo fue parcialmente financiado per el proyecto PMI USA 1204.

** Fabián Riquelme is postdoctoral researcher at the CITIAPS in Universidad de Santiago, Chile. Pablo Gonzalez-Cantergiani is a master of computer science from CITIAPS in Universidad de Santiago, Chile. Direct correspondence to Fabián Riquelme (Email: fabian.riquelme.c@usach.cl).

INTRODUCCIÓN

Los sistemas de votación en Latinoamérica han sido ampliamente estudiados mediante distintos enfoques (Mainwaring y Shugart 1997; Norris 2000; Alcántara 2003; Norris et al. 2014; Meyer y Reyna 2005; Wills-Otero 2009). Pese a sus diferencias, los sistemas de votación utilizados por gobiernos y entidades internacionales pueden analizarse exhaustivamente mediante la teoría de juegos cooperativos (Riker 1962; Taylor y Pacelli 2008, 49-63), disciplina multidisciplinaria desarrollada en los años 1940 para el estudio formal de situaciones de cooperación y conflicto en procesos de toma de decisiones racionales (von Neumann y Morgenstern 1944). Diversos sistemas de votación de Europa y América Septentrional se han estudiado con este enfoque, siendo una de sus principales utilidades la determinación del poder de votación de los distintos actores involucrados (Taylor y Pacelli 2008, 71-104). El poder de votación de un actor se puede calcular mediante distintos criterios conocidos como *índices de poder*, basados en la cantidad de coaliciones a las que puede pertenecer el actor tal que dicha coalición resulte ganadora en la votación. Este enfoque difiere de la teoría de formación de coaliciones (Riker 1962; Bandyopadhyay y Chatterjee 2006), pues aquí estudiamos el comportamiento global del sistema y de sus jugadores, considerando todas las coaliciones ganadoras potenciales. Los índices de poder han sido utilizados en diversos sistemas de votación, tales como el Consejo de Seguridad de las Naciones Unidas (Shapley y Shubik 1954), el Colegio Electoral de Estados Unidos (Banzhaf 1968), el Sistema Federal de Canadá (Taylor y Zwicker 1991), el Parlamento de Cataluña (Carreras y Magaña 2007), el Consejo de la Unión Europea (Barr y Pasarelli 2009), las elecciones presidenciales de Estados Unidos (Barthélémy y Martin 2011), el Fondo Monetario Internacional (Bolus 2011) o el Parlamento de la República Checa (Mielcová 2016). Sin embargo, hasta donde sabemos, han sido escasamente utilizados en sistemas de votación latinoamericanos.

En Chile el poder legislativo reside en el Congreso Nacional, un órgano bicameral conformado por el Senado y la Cámara de Diputados. Desde la restauración de la democracia en Chile, en 1989, la elección de sus parlamentarios se ha realizado mediante un sistema binominal, que asigna dos escaños parlamentarios para cada entidad electoral. Desde fines de 2017, este sistema será reemplazado por el sistema d'Hondt, de repartición proporcional, para el cual se aumentarán y redistribuirán los escaños parlamentarios.

El centralismo en Chile es un tema debatido frecuentemente a nivel

regional. Para Mardones (2006), si bien el debate del centralismo ha aumentado de manera gradual, las modificaciones a los compromisos originales realizados en 1991 y 1992 son marginales y no han permitido cambios radicales. Si bien el mayor poder político dado a las municipalidades ha aumentado las presiones para enfrentar el centralismo, agrega, todavía existen actores del mismo Estado, tales como algunos ministerios, a quienes la descentralización no les conviene. Mardones se preguntaba ya, hace más de diez años, sobre las implicaciones que podría tener una reforma al binominal para la descentralización del país. En esos años también surgieron propuestas alternativas (Navia 2001; Samuel-Valenzuela 2005).

Según declaraciones del Gobierno de Chile (2015), esta reforma al binominal conllevará una “mayor representatividad para las regiones”, dado que un 75% de los nuevos cupos de senadores y un 57% de los nuevos cupos de diputados se destinarán a regiones distintas de la Metropolitana. Sin embargo, en este estudio demostraremos que en la Cámara de Diputados, este aumento de escaños es insuficiente para garantizar un aumento en el poder de votación de las regiones distintas de la capital. Al contrario, aumentará la concentración del poder de votación de la Región Metropolitana de Santiago, en desmedro de las demás regiones, fortaleciéndose así la centralización del poder legislativo. Lo anterior lo haremos mediante una nueva metodología, que además de medir el poder de votación de las regiones y compararlas entre un período y otro, permite sugerir redistribuciones de escaños alternativas, que sí favorecerían la descentralización del poder de votación en el país.

Las consecuencias del binominal en Chile han sido estudiadas extensamente en relación con la distribución de escaños parlamentarios. Una de sus críticas más fuertes, sin embargo, no es su tendencia a concentrar el poder político, sino al contrario, la sobrerrepresentación de las regiones extremas y la subrepresentación de la región Metropolitana (Navia 2001; Rojas y Navia 2005; Morales et al. 2014). Es sabido que la subrepresentación de la región Metropolitana se debe a que las entidades electorales fijadas en dictadura, a través del plebiscito de 1988, buscaron favorecer a los distritos rurales ubicados en regiones distintas de Santiago, las que tenían una mayor tendencia a votar a favor de la continuidad de Augusto Pinochet (Navia 2001; Morales et al. 2014). Este problema de subrepresentación regional en Chile no ocurre solo en una de las cámaras, como es lo usual en otros países, sino que está presente en ambas (Rojas y Navia 2005).

Navia (2005) demostró que hasta 2005, la derecha política había sido la más beneficiada por el binominal, pero que su principal resistencia

a su reemplazo no era disminuir su número de escaños ganados, sino mantener el *status quo* de un bipartidismo sostenido por dos amplias coaliciones políticas (la Alianza, de derecha, y la Concertación de centro-izquierda) conformadas por un número reducido de partidos políticos. Altman (2014) se muestra muy crítico, tanto con el sistema binominal como con el aumento y redistribución de escaños, que considera “clasista” (además de “antojadizo”, “inercial” y “conservador”), al beneficiar a los distritos más ricos, en desmedro de los más pobres. Para defender la reforma, se argumentó que el aumento de escaños evitaría que las minorías bloquearan las futuras reformas de las mayorías. Sin embargo, Altman (2014) afirma, con razón, que esto no depende en absoluto del número de escaños, sino de los quórum de aprobación de las leyes, los cuales permanecen inalterados y son fundamentales, como veremos, para la conformación de coaliciones ganadoras. El autor además determinó que sólo seis regiones experimentarán una ganancia neta para 2017 en su representación de diputados¹: las cuatro regiones extremas (Arica & Parinacota, Tarapacá, Aysén y Magallanes), la región de Valparaíso y la Metropolitana de Santiago. Nuestro estudio le da la razón, pero más aún, concluye que la región de Valparaíso (que posee comunas muy ricas pero también otras muy pobres) también resulta afectada. Morales et al. (2014) se muestran más optimistas con la reforma. Contradicen a Altman (2014) en parte, diciendo que los distritos más rurales (aunque no necesariamente los más pobres) ya estaban sobrerrepresentados desde antes de la creación del binominal. Los autores sostienen que la reforma mejora significativamente el *malapportionment*, esto es, disminuye las falencias originales de número de escaños de las regiones de Valparaíso, Metropolitana y Biobío, a pesar de que siguen teniendo menos diputados que los que le correspondería proporcionalmente de acuerdo a su número de electores. Bajo el mismo criterio, sostienen que disminuye la brecha de las demás regiones (aunque aumentan un poco las regiones extremas), aunque también detectan una sobrerrepresentación de algunos distritos y una subrepresentación de otros (e.g., la Región de Atacama sigue estando sobrerrepresentada). Los autores también critican la reforma, pero por otras razones. Opinan que de las trabas a la competencia y a la oferta de partidos, propia del binominal, se pasará al extremo opuesto, lo que confundirá negativamente a los electores (aumentando los votos nulos

1 Altman (2014) define la ganancia neta de una región como:

$$\frac{\text{número distritos hasta 2016}}{120} - \frac{\text{número distritos hasta 2017}}{155}$$

y blancos, especialmente de sectores pobres y rurales), desaconsejará el uso de primarias (debido al aumento en la competencia y oferta de candidatos), y facilitará la proliferación de coaliciones políticas más pequeñas. Los autores coinciden con Altman (2014) en que no era necesario ampliar los escaños para mejorar la distribución existente.

Como los estudios anteriores, la información usada en nuestro análisis es objetiva y transparente, pues se basa fundamentalmente en los quórum requeridos para la aprobación de leyes, así como en el número de escaños parlamentarios asignados para cada región del país. Con estos datos determinaremos el poder de votación de cada región, el cual dependerá de (pero no siempre se corresponderá con) el número de escaños asignados a cada una de ellas. La visión general obtenida será independiente de los parlamentarios en ejercicio y de sus tendencias políticas.

El artículo se organiza de la siguiente manera. A continuación describiremos el procedimiento legislativo chileno experimentado desde 1989, enfocándonos en la distribución de los escaños asignados para cada región, hasta ahora determinados por el sistema binominal (Navia 2005), y desde fines de 2017 mediante el método D'Hondt (Senado 2015). En la tercera sección explicaremos cómo calcular el poder de votación de las regiones mediante índices de poder. En la cuarta sección analizaremos las instancias de votación obtenidas en la sección anterior e interpretaremos los resultados. Posteriormente, propondremos distribuciones de escaños alternativas que podrían haber reducido la centralización del poder de votación dentro de la Cámara de Diputados. Finalmente, mencionaremos las principales conclusiones del trabajo.

EL PROCEDIMIENTO LEGISLATIVO CHILENO

Desde el retorno a la democracia en 1989, las elecciones parlamentarias en Chile se celebran cada cuatro años. Estas elecciones se rigen por la actual Constitución Política de 1980, establecida durante el período del Régimen Militar, y a sus posteriores reformas.

Cada candidato parlamentario representa un sector geográfico del país, definido por una de las siguientes divisiones político-administrativas, que llamaremos de manera genérica *entidades electorales*:

- *Circunscripciones* senatoriales, destinadas a los senadores y que normalmente coinciden con las regiones del país.
- *Distritos* electorales, destinados a los diputados, y que normalmente coinciden con una agrupación de comunas aledañas.

Desde 1989, el Congreso ha estado conformado por 38 senadores y 120 diputados elegidos democráticamente, representando respectivamente 19 circunscripciones y 60 distritos electorales². Las circunscripciones y distritos se asignan de manera relativamente proporcional al tamaño de la población de los territorios que representan. La división electoral existente hasta 2006 se ilustra en la Tabla 1 (de acuerdo al sistema binominal, a cada entidad electoral le corresponden dos escaños). En 2007, mediante la Ley 20174, se crearon dos nuevas regiones: Arica & Parinacota, escindida de Tarapacá, y Los Ríos, escindida de Los Lagos (BCN 2007). Consecuentemente, la ley modificó sutilmente la división electoral. Estos cambios también se ilustran en la Tabla 1.

Tabla 1. Regiones y entidades electorales durante 1989-2006 y 2007-2015

Período 1989-2006			Período 2007-2015		
Regiones	Circunscripción (Senado)	Distritos (Diputados)	Regiones	Circunscripción (Senado)	Distritos (Diputados)
Tarapacá	I	1,2	Arica & Parinacota	I	1
			Tarapacá		2
Antofagasta	II	3,4	Antofagasta	II	3,4
Atacama	III	5,6	Atacama	III	5,6
Coquimbo	IV	7,8,9	Coquimbo	IV	7,8,9
Valparaíso	V	10,11,12	Valparaíso	V	10,11,12
	VI	13,14,15		VI	13,14,15
Metropolitana	VII	16,17,18,19,20,22,30,31	Metropolitana	VII	16,17,18,19,20,22,30,31
	VIII	21,23,24,25,26,27,28,29		VIII	21,23,24,25,26,27,28,29
O'Higgins	IX	32,33,34,35	O'Higgins	IX	32,33,34,35
Maule	X	36,37,38	Maule	X	36,37,38
	XI	39,40		XI	39,40
Biobío	XII	42,43,44,45	Biobío	XII	42,43,44,45
	XIII	41,46,47		XIII	41,46,47
Araucanía	XIV	48,49	Araucanía	XIV	48,49
	XV	50,51,52		XV	50,51,52
Los Lagos	XVI	53,54,55	Los Ríos	XVI	53,54
	XVII	56,57,58	Los Lagos	XVII	55,56,57,58
Aysén	XVIII	59	Aysén	XVIII	59
Magallanes	XIX	60	Magallanes	XIX	60
Total escaños	38	120	Total escaños	38	120

*Fuente: Farah (2014).

2 Hasta 2006 existieron además entre ocho y once senadores designados y vitalicios, que como no representaban circunscripciones específicas, no son considerados en este estudio.

En mayo de 2015, el Congreso aprobó la Ley 20840, que de acuerdo con su propia descripción: “Sustituye el sistema electoral binominal por uno de carácter proporcional inclusivo y fortalece la representatividad del Congreso Nacional” (BCN 2015). Esta reforma, para las elecciones de noviembre de 2017, aumentará el número de escaños de los senadores de 38 a 50, y el de los diputados de 120 a 155. Las circunscripciones senatoriales se reducirán a 15 (una por cada región) y los distritos electorales a 28, aumentando el número de escaños posibles para cada entidad electoral. La división electoral para fines de 2017 se ilustra en la Tabla 2 (Senado 2015).

Tabla 2. Regiones y entidades electorales desde 2017

Región	Circunscripción (Senado)	Distritos (Diputados)
Arica & Parinacota	I(2)	1(3)
Tarapacá	II(2)	2(3)
Antofagasta	III(3)	3(5)
Atacama	IV(2)	4(5)
Coquimbo	V(3)	5(7)
Valparaíso	VI(5)	6(8),7(8)
Metropolitana	VII(5)	8(8),9(7),10(8),11(6),12(7),13(5),14(6)
O’Higgins	VIII(3)	15(5),16(4)
Maule	IX(5)	17(7),18(4)
Biobío	X(5)	19(5),20(8),21(5)
Araucanía	XI(5)	22(4),23(7)
Los Ríos	XII(3)	24(5)
Los Lagos	XIII(3)	25(4),26(5)
Aysén	XIV(2)	27(3)
Magallanes	XV(2)	28(3)
Total escaños	50	155

* Entre paréntesis se indica el número de escaños para cada circunscripción y distrito (BCN 2015).

En suma, nuestro análisis puede restringirse a los años 1989, 2007 y 2017. La Tabla 3 sintetiza los escaños senatoriales de dichos años, y su relación con la población de cada región. La Tabla 4 hace lo mismo para los escaños de diputados.

Tabla 3. N° de escaños del Senado por región (1989, 2007, 2017)

Región	1989		1992	2007			2017		
	escaños	%	% pob.	escaños	%	% pob.	escaños	%	% pob.
Arica & Parinacota	2	5,3	2,5	2	5,3	3,0	2	4,0	1,3
Tarapacá							2	4,0	1,9
Antofagasta	2	5,3	3,1	2	5,3	3,3	3	6,0	3,5
Atacama	2	5,3	1,7	2	5,3	1,7	2	4,0	1,7
Coquimbo	2	5,3	3,8	2	5,3	4,1	3	6,0	4,3
Valparaíso	4	10,5	10,4	4	10,5	10,2	5	10,0	10,1
Metropolitana	4	10,5	39,4	4	10,5	40,2	5	10,0	40,7
O'Higgins	2	5,3	5,2	2	5,3	5,2	3	6,0	5,1
Maule	4	10,5	6,3	4	10,5	5,9	5	10,0	5,8
Biobío	4	10,5	13,0	4	10,5	12,1	5	10,0	11,7
Araucanía	4	10,5	5,9	4	10,5	5,7	5	10,0	5,5
Los Ríos	4	10,5	7,1	2	5,3	2,3	3	6,0	2,2
Los Lagos				2	5,3	4,8	3	6,0	4,7
Aysén	2	5,3	0,6	2	5,3	0,6	2	4,0	0,6
Magallanes	2	5,3	1,1	2	5,3	1,0	2	4,0	0,9
Total	38	100	100	38	100	100	50	100	100

* Población regional según censo 1992 (INE 1992) y estimados 2007 y 2017 (INE 2014).

Tabla 4. N° de escaños de Cámara de Diputados por región (1989, 2007, 2017)

Región	1989		1992	2007			2017		
	escaños	%	% pob.	escaños	%	% pob.	escaños	%	% pob.
Arica & Parinacota	4	3,3	2,5	2	1,7	1,3	3	1,9	1,3
Tarapacá				2	1,7	1,7	3	1,9	1,9
Antofagasta	4	3,3	3,1	4	3,3	3,3	5	3,2	3,5
Atacama	4	3,3	1,7	4	3,3	1,7	5	3,2	1,7
Coquimbo	6	5,0	3,8	6	5,0	4,1	7	4,5	4,3
Valparaíso	12	10,0	10,4	12	10,0	10,2	16	10,3	10,1
Metropolitana	32	26,7	39,4	32	26,7	40,2	47	30,3	40,7
O'Higgins	8	6,7	5,2	8	6,7	5,2	9	5,8	5,1
Maule	10	8,3	6,3	10	8,3	5,9	11	7,1	5,8
Biobío	14	11,7	13,0	14	11,7	12,1	18	11,6	11,7
Araucanía	10	8,3	5,9	10	8,3	5,7	11	7,1	5,5
Los Ríos	12	10,0	7,1	4	3,3	2,3	5	3,2	2,2
Los Lagos				8	6,7	4,8	9	5,8	4,7
Aysén	2	1,7	0,6	2	1,7	0,6	3	1,9	0,6
Magallanes	2	1,7	1,1	2	1,7	1,0	3	1,9	0,9
Total	120	100	100	120	100	100	155	100	100

* Población regional según censo 1992 (INE 1992) y estimados 2007 y 2017 (INE 2014).

Las cifras destacadas indican "anomalías" en la distribución.

Los escaños en las Tablas 3 y 4 son relativamente proporcionales al porcentaje de población de sus respectivas regiones. Esta relación se incumple en la Tabla 4, donde pese a que la población de Tarapacá es mayor que la de Atacama, la segunda posee más escaños que la primera, algo que también había sido observado por Morales et al. (2014).

A partir de fines de 2017, el número de escaños senatoriales no aumentará en más de uno por región (Tabla 3). Sin embargo, los escaños de diputados aumentarán en hasta quince escaños, en el caso de la Región Metropolitana (Tabla 4), incrementándose en un 47%; esto es, un 18% más que el incremento que experimentará Biobío, y un 14% más que el que experimentará Valparaíso, las regiones que le siguen en cantidad de escaños asignados. A partir de estas observaciones, proponemos las siguientes hipótesis:

- H1:** La reforma del sistema binominal, con su consecuente incremento y redistribución de los escaños parlamentarios, no aumentará la centralización del poder de votación de las regiones en el Senado de Chile.
- H2:** La reforma del sistema binominal, con su consecuente incremento y redistribución de los escaños parlamentarios, aumentará la centralización del poder de votación de las regiones en la Cámara de Diputados, a favor de la Región Metropolitana de Santiago y en desmedro de las otras.

Para terminar esta sección, debemos agregar a nuestra descripción los porcentajes de aprobación requeridos para la aprobación, modificación o derogación de las leyes votadas en el Congreso Nacional. Existen distintos tipos de leyes, cada una con requisitos de aprobación diferentes (véase Tabla 5).

Tabla 5. Tipos de leyes de Chile

Tipo de ley	Moción para ser aprobada, modificada o derogada
Interpretativa de la Constitución	3/5 de parlamentarios en ejercicio
Orgánicas constitucionales	4/7 de parlamentarios en ejercicio
De quórum calificado	1/2 (mayoría absoluta) de parlamentarios en ejercicio
Ordinaria o comunes	Mayoría simple de parlamentarios en la sesión

Como un primer acercamiento, en este artículo consideraremos exclusivamente las votaciones de *leyes orgánicas constitucionales*, las cuales consideran temáticas directamente relacionadas con la gobernabilidad del país a nivel regional, vale decir: entidades subnacionales, Consejos

Regionales, municipalidades, entre otros (Verdugo Marinkovic et al. 1997). Las leyes orgánicas constitucionales son, además, las segundas más frecuentes, después de las leyes ordinarias.

En base a las hipótesis arriba planteadas, no nos interesamos en este artículo en los quórum de asistencia requeridos en el parlamento ni en las abstenciones.

LOS JUEGOS DEL PROCEDIMIENTO LEGISLATIVO CHILENO

A continuación explicaremos cómo medir el poder de votación de las regiones representadas por ambas cámaras del Congreso Nacional de Chile. Este poder de votación será medido mediante índices de poder clásicos de la teoría de juegos cooperativos. Primero definiremos los juegos sobre los que se aplicarán los índices de poder, y después definiremos estos últimos.

Las dos cámaras legislativas, para los tres períodos considerados (1989, 2007 y 2017), producen seis configuraciones de escaños, que se pueden representar como *juegos de mayoría ponderada*, un tipo de *juegos simples* estudiado en la teoría de juegos cooperativos, cuya aplicación se extiende a diversas disciplinas humanistas, científicas y sociales (Taylor y Zwicker 1999; Taylor y Pacell 2008).

Nuestros jugadores o votantes son las distintas regiones del país, porque el debate del centralismo en Chile se suele dar a nivel regional. Para el Senado tenemos tres juegos: de 13 (1989), 14 (2007) y 15 (2017) votantes (véase Tabla 3). Para la Cámara de Diputados, las regiones de Arica & Parinacota y Tarapacá poseen escaños independientes desde 2007, por lo que en este caso tenemos 13, 15 y 15 votantes (Tabla 4). Cada región tiene un peso de votación asociado, igual al número de escaños que la representa.

Los votantes se pueden agrupar en *coaliciones*³. Una coalición es *ganadora* si supera la cuota de 4/7 de senadores o diputados requeridos para aprobar una moción⁴. Por monotonía, si a una coalición ganadora se le suman adherentes, esta nueva coalición también es ganadora. Las coaliciones

3 No confundir una “coalición” (grupo de votantes que vota a favor o en contra de una ley) con “coalición política” (bloque de partidos políticos).

4 Esta cuota es la requerida por las leyes orgánicas constitucionales. Para otro tipo de leyes, bastaría modificar las cuotas según la Tabla 5.

que no son ganadoras se denominan *perdedoras*. Una coalición es *ganadora minimal* si es ganadora pero al perder un votante se convierte en perdedora. Por convención, la coalición vacía (sin votantes) es siempre perdedora, mientras que el conjunto total de votantes es siempre ganador.

Los juegos de mayoría ponderada pueden expresarse mediante vectores $[q; m_1, \dots, m_k]$, donde k representa el número de regiones, m_i el *peso* o número de escaños asignados a la región i , y q la *cuota* o quórum del sistema, dada por el tipo de ley. Sea $N = \{1, \dots, k\}$ el conjunto de todas las regiones del juego, una coalición $X \subseteq N$ es ganadora si $\sum_{j \in X} m_j \geq q$ y perdedora si $\sum_{j \in X} m_j < q$. Por ejemplo, para el juego $[5; 1, 2, 3]$ la coalición $\{2, 3\}$ es ganadora, pues $2 + 3 \geq 5$, pero la coalición $\{1, 3\}$ es perdedora, porque $1 + 3 < 5$.

La Tabla 6 muestra los seis juegos analizados en este artículo, denotados como $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5$ y Γ_6 . Los elementos de cada vector mantienen el orden de las regiones listadas en las Tablas 3 y 4, sus cuotas corresponden a los $4/7$ de la suma total de los pesos de los votantes, redondeando hacia arriba.

Tabla 6. Juegos de mayoría ponderada del estudio

Año	Juegos para Cámara del Senado	Juegos para Cámara de Diputados
1989	$\Gamma_1 = [22; 2, 2, 2, 2, 4, 4, 2, 4, 4, 4, 4, 2, 2]$	$\Gamma_4 = [69; 4, 4, 4, 6, 12, 32, 8, 10, 14, 10, 12, 2, 2]$
2007	$\Gamma_2 = [22; 2, 2, 2, 2, 4, 4, 2, 4, 4, 4, 2, 2, 2]$	$\Gamma_5 = [69; 2, 2, 4, 4, 6, 12, 32, 8, 10, 14, 10, 4, 8, 2, 2]$
2017	$\Gamma_3 = [29; 2, 2, 3, 2, 3, 5, 5, 3, 5, 5, 3, 3, 2, 2]$	$\Gamma_6 = [89; 3, 3, 5, 5, 7, 16, 47, 9, 11, 18, 11, 5, 9, 3, 3]$

Índices de poder

En un juego de mayoría ponderada, si el peso de un votante es mayor al peso de otro votante, esto no significa necesariamente que el primero tenga un mayor poder de votación que el segundo. Por ejemplo, el juego $[101; 1, 100, 100]$ tiene las mismas coaliciones ganadoras que el juego $[2; 1, 1, 1]$, y por tanto los tres votantes poseen el mismo poder de votación, pese a que el segundo y tercer votante tienen un peso cien veces mayor que el primero. Por esta razón, el poder de votación de cada votante debe medirse mediante *índices de poder*, medidas que establecen criterios de relevancia para cada votante y que determinan su contribución dentro del juego para la conformación de coaliciones ganadoras. Trabajaremos con tres índices de poder clásicos de la literatura, utilizados en el estudio de sistemas de votación: el índice de Shapley-Shubik, el de Banzhaf, y el de Deegan-Packel (Taylor y Pacell 2008).

Imaginemos una coalición que se va conformando a partir de la coalición vacía, añadiendo secuencialmente uno a uno distintos votantes. Decimos que un votante es un *pivote* si al ser añadido en la coalición que se está formando, ésta pasa de ser perdedora a ganadora. El *índice de Shapley-Shubik* de un votante se basa en el número de posibles secuencias de votantes en las cuales dicho votante es un pivote. Solo para normalizar esta medida, el valor anterior se divide por el número total de secuencias en que se pueden ordenar los votantes.

Ahora bien, un votante es crítico en una coalición si dicha coalición es ganadora, pero quitándole el votante, se convierte en perdedora. El *índice de Banzhaf* de un votante se basa en el número de coaliciones en las que el votante es crítico. Nuevamente, solo para normalizar esta medida, dividimos lo anterior por la suma de coaliciones en que cada votante es crítico.

Además de lo anterior, también existen índices de poder restringidos a las coaliciones ganadoras minimales, a las cuales Riker (1962) asigna un papel preponderante, al tratarse de aquellas coaliciones que son capaces de ganar utilizando un mínimo esfuerzo de adhesión de miembros. Consideremos la cardinalidad de cada una de las coaliciones ganadoras minimales que contienen a un mismo votante en específico. Si sumamos el inverso multiplicativo de todos estos valores, entonces obtenemos el *índice de Deegan-Packel* para dicho votante. Para normalizar, dividimos el resultado anterior por la suma de todos los resultados obtenidos para todos los votantes.

Formalmente, dado un juego de n votantes y un votante i , denotemos X a una coalición cualquiera, S_i al conjunto de coaliciones en las que i es crítico, y m_1, \dots, m_j a las cardinalidades de todas las coaliciones ganadoras minimales que contienen a i . Entonces:

- El índice de Banzhaf de i , denotado β_i , es el valor dado por la expresión

$$\beta_i = |S_i| / (|S_1| + |S_2| + \dots + |S_n|)$$

- El *índice de Shapley-Shubik* de i , denotado Φ_i , es el valor dado por
$$\Phi_i = \sum_{X \in S_i} (n - |X|)! (|X| - 1)! / n!$$

donde $n!$ = $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$ es el número factorial de n .

- El *índice de Deegan-Packel* de i , denotado ρ_i , es el valor dado por
$$\rho_i = P_i / (P_1 + \dots + P_n)$$

donde para todo votante i , se tiene
$$P_i = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \dots + \frac{1}{m_j}$$

Note que el uso del inverso multiplicativo distingue al índice de

Deegan-Packel de los dos anteriores. Mientras que los índices de Shapley-Shubik y Banzhaf enumeran coaliciones (que cumplen ciertas restricciones), el índice de Deegan-Packel distribuye coaliciones entre distintos votantes que cumplen una cierta restricción, y por tanto para cada votante no se suman coaliciones, sino las proporciones de coaliciones que le corresponden.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

Solo a partir de las representaciones de la Tabla 6 de la sección anterior ya se pueden sacar algunas conclusiones preliminares. Es claro que los pesos de votaciones más altos se concentran hacia el centro geográfico del país, especialmente en la región Metropolitana de Santiago, mientras que los más bajos se sitúan en los extremos sur y norte, donde están las regiones menos populosas. También se aprecia la existencia de regiones con pesos de votación equivalentes. Por ejemplo, a partir de 2007, las regiones geográficamente más extremas (Arica & Parinacota, Tarapacá, Aysén y Magallanes) tienen siempre el mismo peso de votación. Por otra parte, en la Cámara del Senado, la región Metropolitana tiene un peso de votación equivalente a la suma de las regiones de Valparaíso, Maule, Biobío y La Araucanía, mientras que en la Cámara de Diputados, posee más del doble de peso de votación que cualquier otra región (en ocasiones, es hasta quince veces mayor).

Estas equivalencias en los pesos de votación se traducirán a valores equivalentes en sus índices de poder. Por definición, si dos votantes en un juego comparten el mismo peso, entonces sus índices de poder serán equivalentes. Lo contrario, sin embargo, puede no ser siempre el caso: por ejemplo, en el juego $[3;1,2]$ la única coalición ganadora (minimal) es la conformada por ambos votantes; por lo tanto, ambos comparten los mismos valores en todos los índices de poder aquí considerados.

A continuación mostraremos e interpretaremos los resultados para cada índice de poder definido en la sección anterior. Algunos resultados se pueden verificar manualmente, mientras que para otros fue necesario el uso de aplicaciones computacionales.⁵

5 Una calculadora de índices de poder implementada en Python está disponible en este enlace: <https://github.com/vagnur/Power-Indices>.

Sobre el Poder de Votación Regional

Los resultados de los tres índices de poder definidos en la sección anterior se muestran en las Tablas 7 y 8, para cada uno de los seis juegos de la Tabla 6. Estos índices fueron calculados computacionalmente, y como ya hemos dicho, constituyen criterios para determinar el poder de votación de las regiones dentro de cada sistema de votación.

Comenzaremos analizando lo que ocurre en el Senado (véase Tabla 7 y su representación gráfica en Figura 1), lo que nos permitirá validar nuestra hipótesis H1, definida en la segunda Sección.

Tabla 7. Índices de poder por región en la Cámara del Senado

Región	Juego (período 1989-2006)			Juego (período 2007-2016)			Juego (período 2017)		
	β_i	ϕ_i	ϱ_i	β_i	ϕ_i	ϱ_i	β_i	ϕ_i	ϱ_i
Arica & Parinacota	0.0516	0.0508	0.0721	0.0517	0.0511	0.0678	0.0419	0.0415	0.0646
Tarapacá							0.0419	0.0415	0.0646
Antofagasta	0.0516	0.0508	0.0721	0.0517	0.0511	0.0678	0.0567	0.0558	0.0618
Atacama	0.0516	0.0508	0.0721	0.0517	0.0511	0.0678	0.0419	0.0415	0.0646
Coquimbo	0.0516	0.0508	0.0721	0.0517	0.0511	0.0678	0.0567	0.0558	0.0618
Valparaíso	0.1064	0.1074	0.0826	0.1069	0.1081	0.0779	0.1013	0.1027	0.0736
Metropolitana	0.1064	0.1074	0.0826	0.1069	0.1081	0.0779	0.1013	0.1027	0.0736
O'Higgins	0.0516	0.0508	0.0721	0.0517	0.0511	0.0678	0.0567	0.0558	0.0618
Maule	0.1064	0.1074	0.0826	0.1069	0.1081	0.0779	0.1013	0.1027	0.0736
Biobío	0.1064	0.1074	0.0826	0.1069	0.1081	0.0779	0.1013	0.1027	0.0736
Araucanía	0.1064	0.1074	0.0826	0.1069	0.1081	0.0779	0.1013	0.1027	0.0736
Los Ríos				0.0517	0.0511	0.0678	0.0567	0.0558	0.0618
Los Lagos	0.1064	0.1074	0.0826	0.0517	0.0511	0.0678	0.0567	0.0558	0.0618
Aysén	0.0516	0.0508	0.0721	0.0517	0.0511	0.0678	0.0419	0.0415	0.0646
Magallanes	0.0516	0.0508	0.0721	0.0517	0.0511	0.0678	0.0419	0.0415	0.0646
	0.0284	0.0294	0.0054	0.0274	0.0283	0.0050	0.0261	0.0271	0.0052

* 1989, 2007, 2017. Para cada índice, los mayores valores se destacan en amarillo más oscuro. es la desviación estándar.

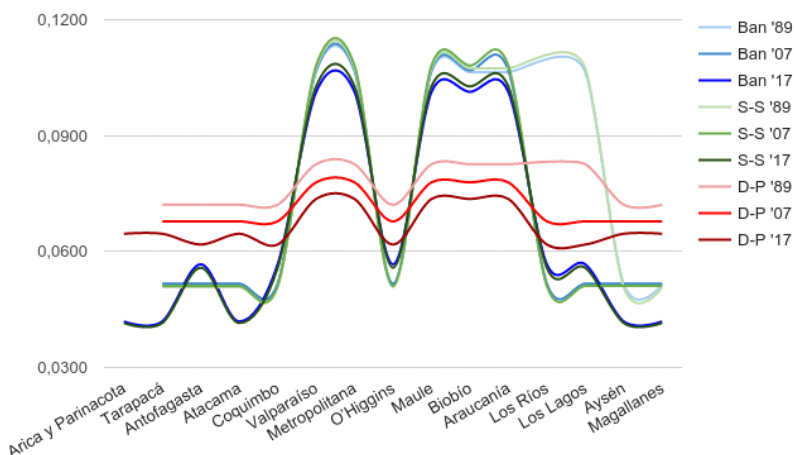


Figura 1. Índices de Banzhaf (Ban), Shapley-Shubik (S-S) y Deegan-Packel (D-P) para los tres juegos de la cámara del Senado

Entre 1989 y 2016, solo se distinguen dos grupos de regiones en la jerarquía del poder electoral. Las diferencias en los índices de poder de 2006 a 2007 tienen que ver sobre todo con las dos nuevas regiones surgidas por escisiones de Tarapacá y Los Lagos. Entre 1989 y 2006, Los Lagos tenía índices de poder equivalentes a los de las regiones con mayor poder de votación. En 2007, sin embargo, la mitad del poder de votación de Los Lagos se fue a la nueva región de Los Ríos, disminuyendo los índices de poder de ambos sectores, ahora divididos, a valores equivalentes a los de las regiones menos populosas.

Ahora bien, con la redistribución de escaños contemplada para 2017, aparece un tercer grupo en la jerarquía de poder electoral, integrado por las regiones más extremas (Arica & Parinacota, Tarapacá, Aysén y Magallanes) junto con Atacama. De acuerdo con los índices de Banzhaf y Shapley-Shubik, las regiones de este tercer grupo perderán el poder de votación del que gozan hasta ahora, disminuyendo en un 19% y un 18.8%, respectivamente. Observe que este porcentaje es mucho menor a la pérdida experimentada en 2007 por Los Ríos y Los Lagos (48.6% y 47.6%, respectivamente). Por su parte, el poder de las regiones restantes del grupo original aumentará en un 9.7% y un 9.2%. Las regiones del primer grupo mantendrán su estatus, pese a leves disminuciones del 5.2% y 5%, respectivamente. En este caso, además, las pérdidas de poder de las regiones escindidas de Tarapacá y Arica & Parinacota son mucho menores que las de Los Ríos y Los Lagos.

Según el índice de Deegan-Packel, los resultados cambian considerablemente. De acuerdo a este índice, todas las regiones perderán una pequeña fracción de su poder de votación actual. Sin embargo, el nuevo grupo tendrá un 4.5% más de poder que el conformado por las regiones restantes del grupo original, cambiando la jerarquía de poder obtenida para los índices anteriores. Esto último llama la atención, pues según este criterio, por ejemplo, Aysén (0.6% de la población) tendrá para 2017 mayor poder de votación que Los Lagos (5.7% de la población). La razón es que el índice de Deegan-Packel considera exclusivamente las coaliciones ganadoras minimales a las que pertenece la región, en lugar de todas las coaliciones ganadoras en las que la región es crítica. Esto significa que las regiones del nuevo grupo (Arica & Parinacota, Tarapacá, Atacama, Aysén, Magallanes) son menos críticas para la conformación de coaliciones ganadoras, pero al mismo tiempo, pertenecen a más coaliciones ganadoras minimales, las que pueden pasar a ser perdedoras si es que otra región, con mayor peso de votación que ellas, decide cambiar su voto.

Pese a lo anterior, se observa que la desviación estándar de los índices disminuyen entre 2007 y 2017 para los dos primeros índices, mientras que para Deegan-Packel, apenas se incrementa en un 4%. Este es un argumento a favor de la buena distribución que se ha hecho de los escaños senatoriales para 2017, pues indica que, aunque ha aumentado el número de bloques de regiones en la jerarquía de poder de votación, la dispersión de dicho poder no favorece ni perjudica exageradamente a ninguno de los bloques.

El caso de la Cámara de Diputados es bastante más complejo, y menos favorable para algunas regiones. Los datos se presentan en la Tabla 8, donde se puede apreciar, a diferencia del caso del Senado, un incremento en la desviación estándar, lo que implica un distanciamiento entre el poder de algunas regiones y otras. El análisis a continuación permitirá validar nuestra hipótesis $H2$, definida en la segunda Sección. Para una representación gráfica, véase la Figura 2.

Tabla 8. Índices de poder por región en Cámara de Diputados (1989, 2007, 2017)

Región	Juego (período 1989-2006)			Juego (período 2007-2016)			Juego (período 2017)		
	β_i	ϕ_i	α_i						
Arica & Parinacota	0.0309	0.0292	0.0698	0.0153	0.0146	0.0579	0.0165	0.0164	0.0597
Tarapacá				0.0153	0.0146	0.0579	0.0165	0.0164	0.0597
Antofagasta	0.0309	0.0292	0.0698	0.0307	0.0294	0.0632	0.0280	0.0276	0.0639
Atacama	0.0309	0.0292	0.0698	0.0307	0.0294	0.0632	0.0280	0.0276	0.0639
Coquimbo	0.0457	0.0452	0.0744	0.0458	0.0452	0.0648	0.0393	0.0388	0.0640
Valparaíso	0.0931	0.0932	0.0778	0.0928	0.0935	0.0665	0.0894	0.0909	0.0594
Metropolitana	0.3183	0.3260	0.1367	0.3221	0.3293	0.1180	0.3962	0.3932	0.1310
O'Higgins	0.0621	0.0618	0.0757	0.0615	0.0611	0.0656	0.0506	0.0508	0.0651
Maule	0.0775	0.0772	0.0794	0.0771	0.0768	0.0663	0.0618	0.0618	0.0646
Biobío	0.1092	0.1093	0.0808	0.1088	0.1096	0.0657	0.1003	0.1033	0.0558
Araucanía	0.0775	0.0772	0.0794	0.0771	0.0768	0.0663	0.0618	0.0618	0.0646
Los Ríos	0.0931	0.0932	0.0778	0.0307	0.0294	0.0632	0.0280	0.0276	0.0639
Los Lagos				0.0615	0.0611	0.0656	0.0506	0.0508	0.0651
Aysén	0.0155	0.0146	0.0544	0.0153	0.0146	0.0579	0.0165	0.0164	0.0597
Magallanes	0.0155	0.0146	0.0544	0.0153	0.0146	0.0579	0.0165	0.0164	0.0597
	0.0790	0.0814	0.0200	0.0769	0.0790	0.0146	0.0949	0.0943	0.0180

* Para cada índice, los mayores valores se destacan en amarillo más oscuro. es la desviación estándar.

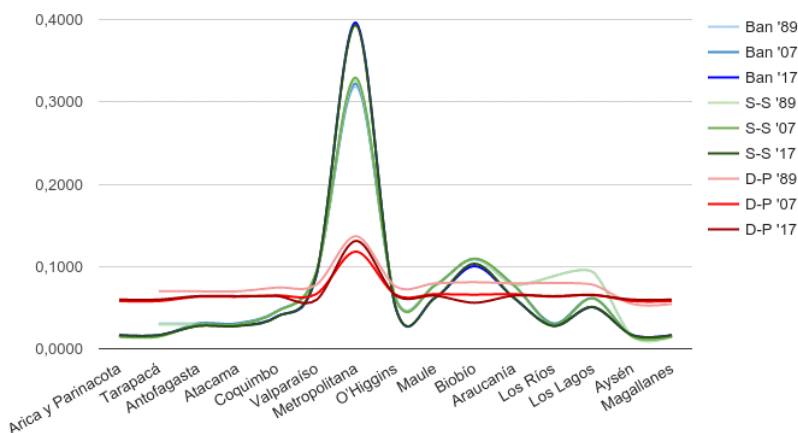


Figura 2. Índices de Banzhaf (Ban), Shapley-Shubik (S-S) y Deegan-Packel (D-P) para los tres juegos de la Cámara de Diputados

En esta cámara se distinguen hasta ocho grupos en la jerarquía de poder electoral, algunos de ellos conformados por una única región. Independientemente del año considerado, la región Metropolitana siempre posee un mayor poder de votación, seguida a distancia por las demás regiones. Por su parte, las regiones más extremas son *casi siempre* las de menor poder.

Entre 1989 y 2016 ocurre algo parecido al caso del Senado, aunque según el índice de Deegan-Packel, hasta 2006 Valparaíso y Los Lagos poseían un poder de votación levemente inferior al de La Araucanía y Maule. Tarapacá, por su parte, tenía índices de poder equivalentes a los de Antofagasta y Atacama, es decir, correspondientes al poder de votación más bajo después de Aysén y Magallanes.

En 2007, la mitad de los escaños de Tarapacá se fueron a la nueva región de Arica & Paríacota, disminuyendo sus índices de poder a valores equivalentes a los de Aysén y Magallanes. En el mismo año, parte del poder de votación de Los Lagos se fue a la nueva región de Los Ríos, de modo que la primera quedó con índices de poder equivalentes a los de O'Higgins, mientras que la segunda quedó con índices de poder equivalentes a los de Antofagasta y Atacama.

Desde fines de 2017, al contrario de la cámara del Senado, no surgirán nuevos grupos en la jerarquía del poder electoral. De acuerdo con los índices de Banzhaf y Shapley-Shubik, todas las regiones conservarán su lugar en la jerarquía, si bien se distanciarán de la Metropolitana. Biobío continuará en segundo lugar, aumentando su distancia en más de un 30%, seguida por Valparaíso, que aumentará su distancia en más de un 28%; en los últimos lugares permanecerán las regiones más extremas. Además, la región Metropolitana y las más extremas serán las únicas en aumentar su poder de votación con respecto a los años anteriores, a costa de una disminución en el poder de votación de las regiones restantes. Este distanciamiento entre el poder de votación de la Metropolitana con respecto a las demás puede verse en la Figura 2.

Como en el caso del Senado, aquí también el índice de Deegan-Packel provee resultados diferentes a los otros dos índices. Biobío, si bien por poca diferencia, en 2007 quedó relegada al quinto lugar con un índice de 0.0657, siendo reemplazada del segundo lugar por Valparaíso, con un índice de 0.0665. Para 2017, en cambio, ambas regiones perderán drásticamente su poder de votación (en un 15.1% y 10.7%, respectivamente), siendo confinadas a los últimos lugares de la jerarquía. Esto significa que se convertirán en las regiones menos relevantes para la conformación de coaliciones ganadoras minimales. Por contraparte, se fortalecerán sobre

todo las regiones de O'Higgins y Los Lagos.

DISTRIBUCIONES DE DISTRITOS ELECTORALES PARA DESCENTRALIZAR EL PODER REGIONAL

En la sección anterior vimos que a partir de 2017, la región Metropolitana aumentará su poder de votación en la Cámara de Diputados, en detrimento de Biobío y Valparaíso, las regiones que tradicionalmente le suceden. Esto aumenta la desviación estándar y perjudica el poder de votación de las demás regiones de acuerdo con los criterios de los índices de poder, validando nuestra segunda hipótesis.

Mediante un procedimiento computacional, hemos obtenido distintas distribuciones alternativas de escaños, que evitarían el incremento en la centralización del poder de votación de regiones con respecto a la realidad actual.

A partir del juego I_5^7 de 2007, la idea es construir alternativas al juego I_6^7 de 2017, que mantengan el mismo quórum de 4/7 y la adición de los 35 nuevos escaños parlamentarios. Adicionalmente, las combinaciones aceptables deben cumplir con las siguientes restricciones:

1. No se pueden quitar escaños a ninguna región del juego I_5^7 actual.
2. Los índices de poder para la región Metropolitana no deben superar sus respectivos valores obtenidos para el juego I_6^7 (en efecto, la idea es disminuir la concentración del poder de votación, en lugar de incrementarlo).
3. El orden de las regiones de acuerdo a su número de escaños debe mantenerse (así, por ejemplo, no es plausible que las regiones extremas queden con más escaños que las regiones del centro más populosas).
4. Todas las regiones que actualmente comparten el mismo número de escaños deben seguir teniendo un mismo número de escaños.
5. Las desviaciones estándar para los tres índices de poder deben ser menores que las obtenidas respectivamente para el juego I_6^7 .

Para realizar esto, primero se toma como base una colección de valores $C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$, correspondiente a la cantidad de escaños que podemos agregar a cualquier región en el juego original. Note que esta colección no posee valores negativos, para cumplir con la restricción 1, y no puede agregar más de 15 escaños a una misma región, para cumplir con la restricción 2. Luego generamos secuencias de 15 valores de longitud (un valor por cada región) donde

cada elemento de la colección C se puede repetir más de una vez.

El número de secuencias generadas corresponde al número de multiconjuntos con $k=15$ elementos escogidos de la colección C conformada por $n=16$ elementos, que está dado por la fórmula $(n+r-1)! / r! (n-1)!$. A continuación se presenta la matriz con las secuencias generadas:

m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7	m_8	m_9	m_{10}	m_{11}	m_{12}	m_{13}	m_{14}	m_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
13	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
14	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15

Luego de generadas las secuencias iniciales, estas se filtran para dejar solo aquellas en que la suma de sus elementos es igual a 35, el número de escaños fijo a agregar. Esto nos devuelve un total de 10.745 secuencias.

Luego volvemos a filtrar las secuencias restantes, esta vez para hacer cumplir las restricciones 3 y 4. Para esta última, debemos mantener aquellos juegos en que $m_1=m_2=m_3=m_4$, $m_5=m_6=m_7$, $m_9=m_{10}$ y $m_{11}=m_{12}$. De este modo las secuencias se reducen a 1194.

Para la restricción 5 es necesario calcular primero la desviación estándar de los índices de poder para el juego Γ_6 . Los resultados obtenidos son 0.0915, 0.0910 y 0.0173 para los índices de Banzhaf, Shapley-Shubik y Deegan-Packel, respectivamente. Luego se reordenan las secuencias y se suman los pesos a Γ_5 . Para cada nuevo juego se calculan los mismos índices de poder y se descartan aquellos que poseen mayor desviación estándar. El resultado obtenido son 1083 juegos posibles.

Con la finalidad de filtrar más aún los juegos generados, y así obtener resultados aún más deseables, podemos agregar una restricción adicional:

- Los índices de poder para cada región deben ser directamente proporcionales a su peso, es decir, que la región Metropolitana siempre tendrá un índice mayor que Biobío, ésta última que Valparaíso, y así sucesivamente.

Mediante esta nueva restricción se obtienen 48 juegos. De ellos elegimos nuestro mejor candidato, como aquel que asigna un mayor número de escaños a la región Metropolitana:

$$I_A^L = [89; 2, 2, 4, 4, 6, 21, 43, 10, 13, 19, 13, 4, 10, 2, 2]$$

Si bien el juego presenta una mejor redistribución del poder de votación, las regiones extremas no se ven beneficiadas con nuevos escaños. Esto podría solucionarse a través de la modificación de la restricción 1, no solo evitando que las regiones pierdan escaños, sino que permitiendo además que cada región reciba al menos uno nuevo. De este modo quedarían solo 18 juegos a analizar, que se listan en la Tabla 9.

Tabla 9. 18 propuestas de distribuciones más justas

Juego	$\sigma(\beta)$	$\sigma(\phi)$	$\sigma(\rho)$
[89; 3,3,5,5,7,17,37,9,15,19,15,5,9,3,3]	0.0652	0.0114	0.0669
[89; 3,3,5,5,7,17,40,10,12,20,12,5,10,3,3]	0.0720	0.0119	0.0740
[89; 3,3,5,5,7,16,39,10,14,18,14,5,10,3,3]	0.0693	0.0125	0.0709
[89; 3,3,5,5,8,15,42,10,12,19,12,5,10,3,3]	0.0770	0.0145	0.0783
[89; 3,3,5,5,8,18,38,10,12,20,12,5,10,3,3]	0.0672	0.0118	0.0688
[89; 3,3,5,5,8,16,40,10,13,18,13,5,10,3,3]	0.0716	0.0119	0.0726
[89; 3,3,5,5,8,17,38,10,13,19,13,5,10,3,3]	0.0672	0.0121	0.0689
[89; 3,3,5,5,8,16,38,10,14,18,14,5,10,3,3]	0.0670	0.0122	0.0686
[89; 3,3,5,5,8,16,38,11,13,18,13,5,11,3,3]	0.0668	0.0126	0.0691
[89; 3,3,5,5,8,16,36,11,14,18,14,5,11,3,3]	0.0620	0.0105	0.0639
[89; 3,3,5,5,9,15,38,11,13,18,13,5,11,3,3]	0.0665	0.0121	0.0685
[89; 3,3,6,6,8,15,38,10,12,20,12,6,10,3,3]	0.0663	0.0121	0.0682
[89; 3,3,6,6,8,17,37,10,12,19,12,6,10,3,3]	0.0642	0.0117	0.0656
[89; 3,3,6,6,8,15,39,10,13,17,13,6,10,3,3]	0.0685	0.0128	0.0701
[89; 3,3,6,6,8,15,37,10,13,19,13,6,10,3,3]	0.0638	0.0115	0.0652
[89; 3,3,6,6,8,15,37,11,13,17,13,6,11,3,3]	0.0635	0.0121	0.0655
[89; 3,3,6,6,8,15,36,11,13,18,13,6,11,3,3]	0.0613	0.0115	0.0632
[89; 4,4,6,6,8,15,36,10,12,18,12,6,10,4,4]	0.0603	0.0115	0.0621

*Es la desviación estándar para cada índice de poder.

Luego, al aplicar la misma lógica anterior, es decir, seleccionando el juego en donde la RM tiene el mayor número de escaños tenemos el siguiente:

$$I_B^L = [89; 3, 3, 5, 5, 8, 15, 42, 10, 12, 19, 12, 5, 10, 3, 3]$$

Los resultados obtenidos para sus índices de poder se ilustran en la Tabla 10.

Tabla 10. Índices de poder para una redistribución más justa para la Cámara de Diputados

Región	Juego			Juego		
	β_i	ϕ_i	ρ_i	β_i	ϕ_i	ρ_i
Arica & Parinacota	0.0116	0.0114	0.0582	0.0167	0.0163	0.0589
Tarapacá	0.0116	0.0114	0.0582	0.0167	0.0163	0.0589
Antofagasta	0.0230	0.0227	0.0623	0.0294	0.0282	0.0629
Atacama	0.0230	0.0227	0.0623	0.0294	0.0282	0.0629
Coquimbo	0.0355	0.0342	0.0659	0.0460	0.0455	0.0631
Valparaíso	0.1253	0.1284	0.0689	0.0887	0.0903	0.0652
Metropolitana	0.3372	0.3396	0.1134	0.3342	0.3378	0.1196
O'Higgins	0.0577	0.0576	0.0657	0.0716	0.0713	0.0653
Maule	0.0787	0.0769	0.0667	0.0589	0.0591	0.0654
Biobío	0.1136	0.1149	0.0673	0.1152	0.1156	0.0663
Araucanía	0.0787	0.0769	0.0667	0.0589	0.0591	0.0654
Los Ríos	0.0230	0.0227	0.0623	0.0294	0.0282	0.0629
Los Lagos	0.0577	0.0576	0.0657	0.0716	0.0713	0.0653
Aysén	0.0116	0.0114	0.0582	0.0167	0.0163	0.0589
Magallanes	0.0116	0.0114	0.0582	0.0167	0.0163	0.0589
σ	0.0809	0.0817	0.0130	0.0771	0.0782	0.0144

En este caso no se quitan demasiados escaños a la región Metropolitana y cada región recibe a lo menos un escaño nuevo. Además de tener una mejor distribución de poder bajo los criterios anteriormente señalados. Tanto el código como los resultados de este ejercicio se encuentran público González-Cantergiani (2017), lo que permite a cualquier investigador verificar, modificar o agregar nuevas restricciones a las ya propuestas.

CONCLUSIONES

En este trabajo hemos estudiado los niveles de centralismo del sistema legislativo chileno, analizando el poder de votación de las regiones mediante índices de poder aplicados a los juegos de mayoría ponderada resultantes de los períodos 1989-2006, 2007-2015 y 2017.

Según el Gobierno de Chile (2015), el aumento y redistribución de los escaños parlamentarios para 2017 conllevará una “mayor representatividad para las regiones”, pues los escaños asignados a la región Metropolitana son inferiores a los que debería corresponderle por la proporción entre su población regional y la población nacional. Para el

caso del Senado, estos cambios implican una redistribución equitativa en el poder de votación de las regiones, lo que valida nuestra primera hipótesis (H1). Sin embargo, en el caso de la Cámara de Diputados, hemos demostrado que la región Metropolitana presentará el mayor incremento en su poder de votación, distanciándose de las demás regiones, y en particular de las que la suceden en poder (Biobío y Valparaíso). Más aún, estas dos regiones quedarán confinadas a los últimos lugares en la jerarquía del poder de votación, según el índice de Deegan-Packel, relacionado con la conformación de coaliciones ganadoras minimales. Esto valida nuestra segunda hipótesis (H2).

La reforma al binominal, que intenta mejorar el *malapportionment*, no considera otros criterios como el de los índices de poder o el de Altman (2014) de beneficiar a las comunas más pobres. Altman (2014) y Morales et al. (2014) sostienen que no era necesario ampliar el número de escaños para mejorar la distribución existente. En este artículo hemos propuesto varias distribuciones de escaños que podrían haberse implementado, que sin alterar demasiado la decisión tomada, habrían favorecido la disminución en la centralización del poder a nivel regional.

Nuestro estudio se concentró en las leyes orgánicas constitucionales, las más ligadas a las intervenciones regionales y las segundas más comunes después de las leyes ordinarias. No obstante, hemos corroborado también empíricamente que para las leyes ordinarias los resultados son semejantes. Para replicar el análisis a otros tipos de leyes, bastaría redefinir los juegos de mayoría ponderada, modificando la cuota según la Tabla 5.

A mediados de 2015 se comenzó a discutir en el Congreso un proyecto de ley para crear la Región de Ñuble, escindida de la Región de Biobío y cuya capital sería la ciudad de Chillán. Como ocurrió con Tarapacá y Los Lagos, esta nueva región podría disminuir drásticamente el poder de votación de Biobío. Para verificarlo, sería necesario observar la redistribución de escaños en ambas cámaras, redefinir los juegos y recalcular los índices de poder. Nuestro método podría ayudar a lograr una redistribución más justa, en caso que la ley se aprobase.

Como trabajo futuro, se podría calcular el poder de votación de los distritos electorales, para determinar los niveles de centralismo a un nivel más local que el regional. Para esto habría que replicar la metodología, pero redefiniendo los jugadores como los distritos, en lugar de las regiones.

REFERENCIAS

- Alcántara, M.(2003), *Sistemas políticos de América Latina*, Madrid: Tecnos.
- Altman, D.(2014), “Mensaje presidencial 076-362 sobre la reforma electoral: Algunas anotaciones breves sobre externalidades poco discutidas,” [consultado 05/2017], https://www.academia.edu/6958301/Mensaje_Presidencial_076-362_sobre_la_Reforma_Electoral_Algunas_anotaciones_breves_sobre_externalidades_poco_discutidas
- Bandyopadhyay, S. and K. Chatterjee(2006), “Coalition Theory and its Applications: A Survey,” *The Economic Journal*, Vol. 116, No. 509, pp. F136-F155.
- Banzhaf III, J.F.(1968), “One Man, 3.312 Votes: A Mathematical Analysis of the Electoral College,” Villanova University Charles Widger School of Law Digital Repository, Vol. 13, No. 2, pp. 304-332.
- Barr, J. and F. Passarelli(2009), “Who has the power in the EU?,” *Mathematical Social Sciences*, Vol. 57, No. 3, pp. 339-366.
- Barthélémy, F. and M. Martin(2011), “A Comparison Between the Methods of Apportionment Using Power Indices: the Case of the US Presidential Elections,” *Social Choice and Voting*, No. 101/102, pp. 87-106.
- BCN, Biblioteca del Congreso Nacional de Chile(2007), “Ley 20174,” [consultado 04/2017], <http://www.leychile.cl/Navegar?idNorma=259774>
- _____ (2015), “Ley 20840,” [consultado 04/2017], <http://www.leychile.cl/Navegar?idNorma=1077039>
- Bolus, S.(2011), “Power Indices of Simple Games and Vector-weighted Majority Games by Means of Binary Decision Diagrams,” *European Journal of Operational Research*, Vol. 210, No. 2, pp. 258-272.
- Carreras, F. and A. Magaña(2007), “An Approach to Different Voting Rules from Cooperative Games with Alternatives. Case Study: The Catalonia Parliament,” ICIAM07 Minisymposia – 06 Optimization, Vol. 7, No. 1, pp. 1060305-1060306.
- Farah, M.(2014), “División electoral de Chile desde 1989 en adelante,” [consultado 04/2017], <http://www.farah.cl/division-electoral-de-Chile.html>
- Gobierno de Chile(2015), “Fin al binominal: Conoce el nuevo sistema electoral,” 27/04/2015, [consultado 04/2017] <http://www.gob.cl/2015/04/27/fin-al-binominal-conoce-el-nuevo-sistema-electoral/>
- González-Cantergiani, P.(2017), “Voting Power Redistribution – Figshare,” [consultado el 06/2017], <https://figshare.com/articles/voting-power-redistribution/5071792>
- INE, Instituto Nacional de Estadísticas(1992), “Resultados generales. Censo de población y vivienda Chile 1992,” [consultado 04/2017], http://www.ine.cl/canales/usuarios/cedoc_online/censos/pdf/censo_1992.pdf
- _____ (2014), “Población país y regiones – Actualización 2002-2012 | Proyección 2013-2020,” [consultado 04/2017], http://www.ine.cl/canales/sala_

- prensa/noticias/noticia.php?opc=news&id=615&lang=esp
- Mainwaring, S. and M.S. Soberg(eds.)(1997), *Presidentialism and Democracy in Latin America*, Cambridge Studies in Comparative Politics, New York: Cambridge University Press.
- Mardones, R.(2006), “Descentralización y transición en Chile,” *Revista de Ciencia Política*, Vol. 26, No. 1, pp. 3-24.
- Meyer, L. and J.L. Reyna(eds.)(2005), *Los sistemas políticos en América Latina*, 4th ed., México, DF: Siglo veintiuno editores S.A. de C.V.
- Mielcová, E.(2016), “Spatial Power Indices with Applications on Real Voting Data from the Chamber of Deputies of the Czech Parliament,” *Central European Journal of Operations Research*, Vol. 24, No. 2, pp. 407-420.
- Morales, M., K. Díaz and A. Marambio(2014), “Reforma al sistema electoral binominal: Análisis, Simulaciones y Actores,” Instituto de Investigación en Ciencias Sociales, Universidad Diego Portales, Documento de trabajo ICSSO, No. 1/2014, pp. 1-25.
- Navia, P.(2001), “Una propuesta para terminar con el sistema binominal,” Colección Ideas, No. 16.
- (2005), “La transformación de votos en escaños: leyes electorales en Chile, 1833-2004,” *Política y Gobierno*, Vol. XII, No. 2, pp. 233-276.
- Norris, P.(2000), “Democratic Divide? The Impact of the Internet on Parliaments Worldwide,” American Political Science Association Panel 2.
- Norris, P., R.W. Frank and F. Martínez i Coma(2014), “Measuring Electoral Integrity around the World: A New Dataset,” *PS: Political Science & Politics*, Vol. 47, No. 4, pp. 789-798.
- Riker, W.H.(1962), *The Theory of Political Coalitions*, New Haven and London: Yale University Press.
- Rojas, P. and P. Navia(2005), “Representación y tamaños de los distritos electorales en Chile, 1988-2002,” *Revista de Ciencia Política*, Vol. 25, No. 2, pp. 91-116.
- Senado de Chile(2015), “Fin al binominal: en ardua y extensa sesión despachan nueva composición del Congreso y sistema electoral proporcional,” [consultado 04/2017], http://www.senado.cl/fin-del-binominal-esta-madrigada-sala-despacho-las-normas-que-definen-la-composicion-del-congreso/prontus_senado/2015-01-13/101536.html
- Shapley, L.S. and M. Shubik(1954), “A Method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System,” *The American Political Science Review*, Vol. 48, No. 3, pp. 787-792.
- Taylor, A. and A. Pacelli(2008), *Mathematics and Politics: Strategy, Voting, Power and Proof*, 2nd. ed., New York: Springer.
- Taylor, A. and A. Zwicker(1991), “Weighted Voting, Multicameral Representation, and Power,” *Games and Economic Behavior*, Vol. 5, No. 1, pp. 170-181.
- (1999), *Simple Games: Desirability Relations, Trading, Pseudoweightings*, Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Samuel-Valenzuela, J.(2005), “¿Hay que eliminar el sistema binominal? Una propuesta alternative,” *Política*, Vol. 45, pp. 53-66.

- Verdugo, M., E. Pfeffer and H. Nogueira(1997), *Derecho Constitucional*, Santiago de Chile: Editorial Jurídica de Chile.
- Von Neumann, J. and O. Morgenstern(1944), *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Wills-Otero, L.(2009), “Electoral Systems in Latin America: Explaining the Adoption of Proportional Representation Systems during the Twentieth Century,” *Latin American Politics and Society*, Vol. 51, No. 3, pp. 33-58.

Article Received: 2017. 04. 05.
Revised: 2017. 06. 13.
Accepted: 2017. 08. 03.